LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

I) ACTIVITÉ D'UNE SOURCE RADIOACTIVE

I.1. Nombre de noyaux désintégrés pendant un intervalle de temps
I.2. Définition
I.3. Exemples

II) DEMI-VIE RADIOACTIVE

II.1. Définition
II.2. Exemples

III) ÉVOLUTION DANS LE TEMPS

III.1. Expression de $-\Delta N$
III.2. Loi de décroissance radioactive : évolution de N(t)
III.3. Évolution de l'activité A(t)
III.4. Formulations de la décroissance radioactive
III.5. Expression de $t_{1/2}$

IV) COURBE DE DÉCROISSANCE RADIOACTIVE ET CONSTANTE DE TEMPS

IV.1. Courbe N=f(t)
IV.2. Constante de temps τ

V) APPLICATION : DATATION

carbone 14 ; uranium 238 ; potassium 40

Introduction

Comment la radioactivité de certains isotopes (carbone 14, uranium 238, potassium 40…) permet-elle de dater des objets très anciens, des roches terrestres ou lunaires, des ossements humains, des gravures rupestres … ?

I) ACTIVITÉ D'UNE SOURCE RADIOACTIVE

I.1. Nombre de noyaux désintégrés pendant un intervalle de temps

Notons N le nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon. Ces derniers étant amenés à se désintégrer spontanément, N est une fonction du temps notée N(t).

N_0 = nombre de noyaux pères présents à t = 0	N = nombre de noyaux pères présents à t quelconque $N < N_0$	N + ΔN = nombre de noyaux pères présents à t + Δt $N + \Delta N < N \Rightarrow \Delta N < 0$
t = 0	t	t + Δt

échelle de temps

- nombre de noyaux pères désintégrés entre t = 0 et t : $N_0 - N > 0$
- nombre de noyaux pères désintégrés entre t et t+Δt : $N - (N+\Delta N) = -\Delta N > 0$
  - $-\Delta N$ est positif car le nombre de noyaux radioactifs diminue

I.2. Définition

L'activité A d'un échantillon de noyaux radioactifs est ……………………………………………………
…… :

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{|\Delta N|}{\Delta t}$$

unité SI : le becquerel (Bq) 1 Bq = 1 désintégration/s

RQ : L'activité A est homogène à l'inverse d'un temps

I.3. Exemples :

source	1L d'eau minérale	1kg de poisson	1kg de granit	1 homme de 70 kg	50 kg d'engrais phosphatés	Scintigraphie thyroïdienne	1 g de plutonium	Source radioactive médicale
Activité (Bq)	10	100	1 000	10 000	100 000	4.10^7	2.10^9	10^{14}

II) DEMI-VIE RADIOACTIVE

II.1. Définition

La demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon de noyaux radioactifs est ……………………………………………
……

C'est aussi la durée au bout de laquelle l'activité de l'échantillon est divisé par deux.

II.2. Exemples :

noyau	$^{238}_{92}U$	$^{239}_{94}Pu$	$^{14}_{6}C$	$^{226}_{88}Ra$	$^{137}_{55}Cs$	$^{131}_{53}I$	$^{222}_{86}Rn$	$^{220}_{86}Rn$	$^{212}_{84}Po$
$t_{1/2}$	$4,5.10^9$ ans	24 000 ans	5 730 ans	1 620 ans	30,2 ans	8 jours	3,8 jours	58s	0,3 µs
type de radioactivité	α	α	β^-	α	β^-	β^-	β^-	β^-	α
origine	roches eau	réacteur nucléaire	espèces carbonées	roches	réacteur nucléaire		roches	roches	
utilisation	datation	armes nucléaires	datation	médecine	source β^-	médecine			

III) Évolution dans le temps

III.1. Expression de -ΔN

- $-\Delta N$ est proportionnel à Δt
  on suppose en effet que, pour un même échantillon, le nombre de désintégration est doublé si la durée de comptage est doublée
  $-\Delta N$ est proportionnel à N en effet, si on double le nombre de noyaux d'un échantillon, on double le nombre de désintégrations dans l'échantillon
- d'où la relation : $\underline{-\Delta N = \lambda . N . \Delta t}$
  λ est appelée constante radioactive, c'est une grandeur caractéristique du noyau radioactif père
- Pour un intervalle de temps petit dt : $-\dfrac{dN}{dt} = \lambda N$ ou $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda N$ Équation différentielle

III.2. Loi de décroissance radioactive : évolution de N(t)

Dans un échantillon renfermant N_0 noyaux radioactifs à t = 0, le nombre N de noyaux présents à l'instant t obéit à la loi de décroissance exponentielle : $\underline{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$

unités SI : λ en s^{-1} t en s en général : λ en « $temps^{-1}$ »

Exercice : on donne $N_A = 6,0 \times 10^{23}$ mol^{-1} $M_{Cs} = 137$ $g.mol^{-1}$

a) Convertir $\lambda(^{137}_{55}Cs) = 2,3.10^{-2}$ an^{-1} en s^{-1} : ....

b) Combien de noyaux radioactifs contenait la source de 1,0 µg de $^{137}_{55}Cs$ à sa fabrication, en 1986 ? ....

....

c) Combien en contient-elle actuellement ? ....

d) Quelle est sa masse ? ....

e) Quel est le % de noyaux désintégrés actuellement ? ....

III.3. Évolution de l'activité A(t) d'un échantillon

On a la relation $-\Delta N = \lambda.N.\Delta t$ et comme $A(t) = -\dfrac{\Delta N}{\Delta t}$ on en déduit $A(t) = \lambda.N(t)$.

Exercice : On donne $\lambda = 3{,}9 \times 10^{-12}\ s^{-1}$
Calculer l'activité actuelle d'une source de ${}^{14}C$ contenant $3{,}0.10^{15}$ noyaux.
………

III.4. Formulations de la décroissance radioactive :

instant	nombre de noyaux N dans l'échantillon	activité A de l'échantillon	masse m de l'échantillon
t = 0	N_0	A_0	m_0
t	$N = N_0\, e^{-\lambda t}$	$A = \lambda N = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$ $\Rightarrow A = A_0\, e^{-\lambda t}$	$m = m_0\, e^{-\lambda t}$
	même forme de relation (exponentielle décroissante) car A est proportionnelle à N ($A = \lambda N$) et m est proportionnelle à N ($m = m_1 \times N$ avec m_1 : masse d'un noyau)		

III.5. Expression de $t_{1/2}$

Démonstration :
expression de la loi de décroissance à $t = t_{1/2}$:
$N(t_{1/2}) = N_0 /2 = N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$ d'où $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$ donc $\ln\frac{1}{2} = -\lambda\, t_{1/2}$ soit $-\ln 2 = -\lambda\, t_{1/2}$ ou encore :

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$

unités SI $t_{1/2}$ en s et λ en s^{-1}
autres unités $t_{1/2}$ en «temps» et λ en « temps^{-1} »

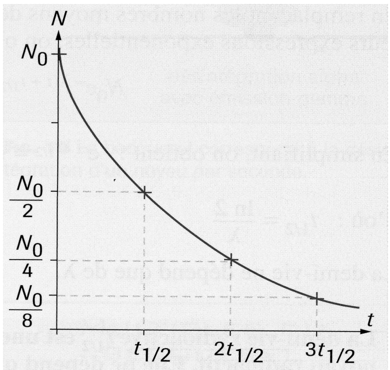
Applications : on donne $t_{1/2}$ = 5700 ans pour le noyau de carbone 14
Au bout de combien de temps le nombre de noyaux radioactifs d'une source de ${}^{14}C$ aura-t-il été divisé par : a) 4 ? b) 10 ? c) par 1000 ?
a) ………
………
b) ………
………
c) ………
………

IV) Courbe de décroissance radioactive et constante de temps τ

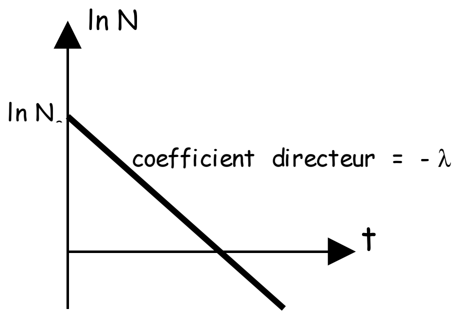
IV.1. Courbe N=f(t) : courbe de décroissance radioactive :

instant t	0	$t_{1/2}$	2 $t_{1/2}$	3 $t_{1/2}$	4 $t_{1/2}$	**n $t_{1/2}$**
nombre de noyaux présents N	N_0	$N_0 / 2$	$N_0 / 4$	$N_0 / 8$	$N_0 / 16$	**$N_0 / 2^n$**
nombre de noyaux désintégrés N_0 - N	0	$N_0 / 2$	$3N_0 / 4$	$7N_0 / 8$	$15N_0 / 16$	**$N_0 (1-1/2^n)$**

N décroît en suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$
et de 1[er] terme N_0
t croît en suite arithmétique de raison $t_{1/2}$
et de 1[er] terme 0

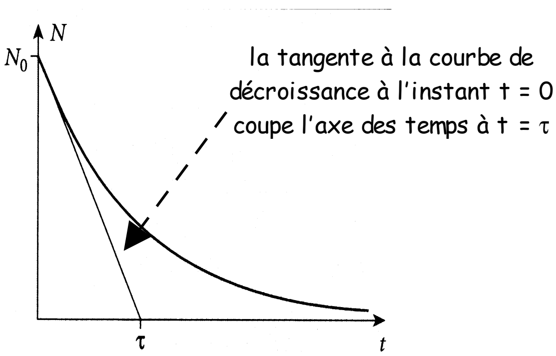


linéarisation de la loi de décroissance :
on calcule le logarithme népérien de
$N = N_0 e^{-\lambda t}$.
On obtient donc : $\ln N = \ln N_0 - \lambda t$



IV.2. Constante de temps τ

IV.2.a. Détermination graphique de la constante de temps τ



Équation de la tangente à l'origine :
$N = a\,t + b$ avec $b = N_0$ et $a = N'(t)_{t=0} = - N_0.\lambda.e^{-\lambda.0} = - N_0.\lambda$
donc N = ……………………………………………
valeur de t qui annule N : $t = \tau = 1 / \lambda$

IV.2.b. Définition

On définit la constante de temps τ par :

$$\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda} \quad \lambda \text{ en } s^{-1} \quad \tau \text{ en } s}$$

D'où une autre formulation de la loi de décroissance radioactive : $N=N_0\, e^{-\lambda t}= N_0 e^{-t/\tau}$

IV.2.c. Relation entre τ et $t_{1/2}$

$\tau=1/\lambda$ et $t_{1/2}=\ln 2/\lambda$ d'où la relation : $\boxed{t_{1/2}= \ln 2 .\, \tau \quad \tau \text{ et } t_{1/2} \text{ en seconde}}$

Exercice :

a) Exprimer N en fonction de N_0 à l'instant $t = \tau$. ………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

b) Calculer le % de noyaux désintégrés à $t = \tau$. ………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

c) Même question pour $t = 5\,\tau$. ………
…………………………………………

d) Conclusion (**à retenir**) :

<u>Au bout de 5 τ, un échantillon radioactif est quasiment désintégré</u>.

τ donne une idée de la durée pendant laquelle un échantillon reste radioactif, donc potentiellement dangereux.

V) <u>APPLICATION : DATATION</u>

Il existe différents types de datation (carbone 14, uranium 238, potassium 40 …) que l'on étudiera dans des exercices.